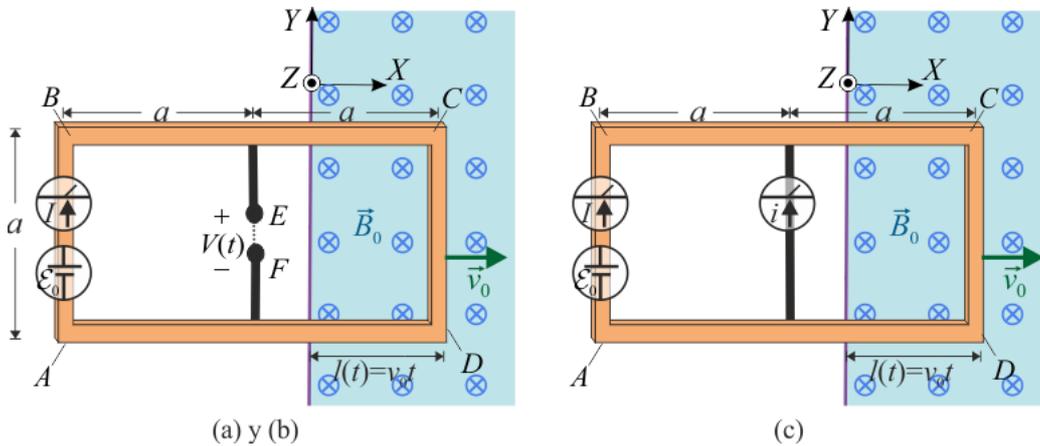


1 Enunciado

Una espira rectangular $ABCD$ está formada por cuatro conductores filiformes de igual resistividad y sección, y de longitudes a y $2a$, siendo R su resistencia eléctrica total. En el lado corto AB tiene incrustado un generador eléctrico ideal con una f.e.m. constante \mathcal{E}_0 , y con sus electrodos conectados de manera que, por sí sola, generaría una corriente eléctrica que recorrería la espira en sentido horario. Además, en los puntos medios de los lados largos, BC y DA , se conectan sendos conductores filiformes rectilíneos de resistencia nula, paralelos a los lados cortos y que terminan en los extremos E y F , muy próximos pero con una pequeña separación entre ellos, que hace que esta rama del circuito esté abierta.

La espira se encuentra siempre contenida en el plano OXY , con sus lados cortos AB y CD paralelos al eje OY , y se desplaza con velocidad constante $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$, con $v_0 = a/T$. Inicialmente, la espira se encuentra en una región donde no existe campo magnético, pero a partir del instante que consideramos $t = 0$, la espira penetra por su lado corto CD en una región donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}_0 = -B_0 \vec{k}$, cuya intensidad se ajusta de manera que se cumpla $B_0 a v_0 = \mathcal{E}_0$.

- Para los instantes anteriores a que la espira entre en la región de campo magnético ($t < 0$), determine el valor de la intensidad I (medida en sentido horario) de la corriente eléctrica que recorre la espira. Calcule también el valor del voltaje V entre los extremos E y F .
- En los instantes de tiempo $t > 0$, ¿cómo es la señal de intensidad $I(t)$ de la corriente eléctrica que recorre la espira? ¿Y la señal de voltaje $V(t)$ entre los extremos abiertos E y F ?
- Si se repite el experimento pero conectando los extremos E y F mediante un amperímetro de resistencia nula, ¿cómo sería la señal de intensidad de corriente $i(t)$ que registraría dicho amperímetro en los intervalos de tiempo $t < 0$ y $t > 0$?

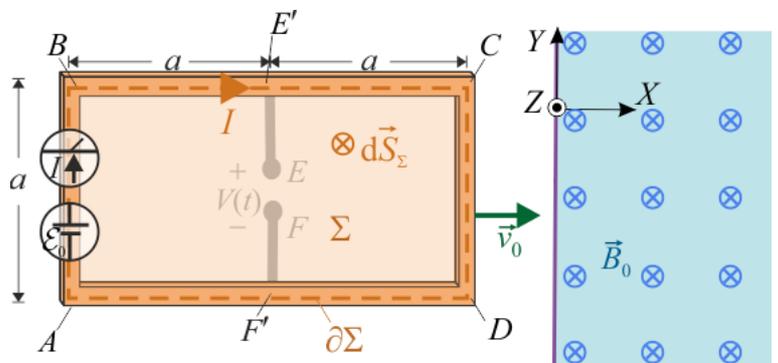


2 Solución

2.1 (a) Señales eléctricas en la espira antes de entrar en la región magnetizada

2.1.1 Intensidad de la corriente eléctrica en la espira

Como primer paso, modelaremos el circuito eléctrico del sistema descrito para instantes de tiempo $t < 0$; es decir, antes de que la espira móvil $ABCD$ entre en la región uniformemente magnetizada, que se corresponde con el semiespacio formado por los puntos $P(x,y,z)$ tales que $x < 0$. En dicha región, es nulo el flujo magnético a través de cualquier superficie Σ que tuviese como contorno a la espira rectangular. Por tanto, la única fuerza electromotriz existente en la espira $ABCD \equiv \partial\Sigma$ es la \mathcal{E}_0 del generador eléctrico ideal incrustado en el lado AB .



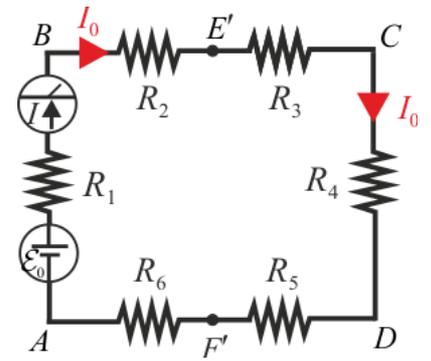
Por otra parte, la espira está formada por cuatro barras rectilíneas y filiformes del mismo material óhmico (cuya resistividad tendrá un valor ρ_Ω), de idéntica sección S y lados iguales dos a dos. Y teniendo en cuenta que los conductores utilizados para medir el voltaje $V(t)$ están conectados a los respectivos centros E' y F' de los lados largos BC y DA , podemos descomponer la espira completa en seis tramos idénticos, filiformes y rectilíneos, también de igual longitud a .

En consecuencia, el modelo eléctrico de la espira consistirá en la f.e.m. del generador ideal, conectada a la asociación en serie de seis resistencias eléctricas idénticas $R_i = \rho_\Omega a/S$. Y si la resistencia total de la espira es el valor

conocido R , se tendrá...

$$R_{\partial\Sigma} = \sum_{i=1}^6 R_i = 6 R_i = R \implies R_i = \rho_{\Omega} \frac{a}{S} = \frac{R}{6}, \text{ para } i = 1, \dots, 6$$

De la aplicación de la primera ley de Kirchoff en cada uno de los nodos correspondientes a las conexiones en serie de estas resistencias se obtiene que todas ellas son recorridas por la misma intensidad de corriente eléctrica, que será también la misma que recorre el generador, saliendo por el electrodo positivo de éste y recorriendo el circuito--espira en sentido horario, para el cual asumiremos que $I(t) > 0$. La aplicación de la segunda ley de Kirchoff en la malla que se corresponde con la espira permite establecer la ecuación del circuito en $\partial\Sigma$. Como se trata de un circuito cerrado...

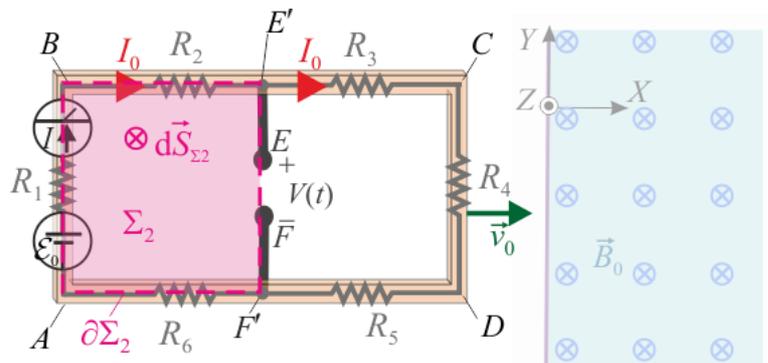


$$\left[\sum_j \mathcal{E}_j \right]_{\partial\Sigma} = \sum_{i=1}^6 I_i R_i \implies \mathcal{E}_0 = I(t) \sum_{i=1}^6 R_i = R I(t) \implies I(t < 0) = \frac{\mathcal{E}_0}{R} = I_0$$

2.1.2 Voltaje en la rama abierta del centro de la espira

Para determinar el voltaje entre los extremos abiertos (y próximos) E y F , hemos de aplicar la segunda ley de Kirchoff en alguna de las dos mallas que incluyen estos puntos; es decir, la $\partial\Sigma_1 \equiv CDF'FEE'$, o bien la $\partial\Sigma_2 \equiv ABE'EFF'$, ambas recorridas en el sentido de intensidad de corriente positiva en la espira conductora. Obsérvese que se trata de mallas abiertas: al no existir conexión entre los extremos E y F , no puede haber corriente eléctrica en los cables EE' y FF' ; sin embargo, las mallas $\partial\Sigma_1$ y $\partial\Sigma_2$ están parcialmente recorridas por la corriente eléctrica de intensidad constante I_0 en los tramos correspondientes a la espira conductora.

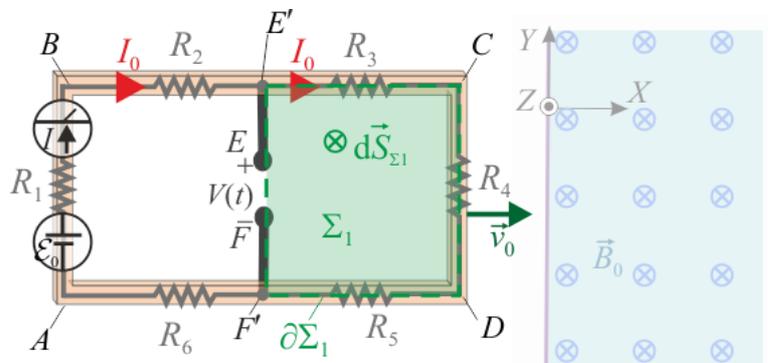
Podemos comprobar que el resultado que se obtiene para la señal de voltaje $V(t) = V_E - V_F$ es el mismo independientemente de la malla en que se aplique la segunda ley de Kirchoff. Si optamos por la malla $\partial\Sigma_2$, el modelo de circuito estará constituido por la fuerza electromotriz del generador real (recuérdese que para $t < 0$ no hay f.e.m. inducida en la espira) y las resistencias R_1, R_2 y R_6 , correspondientes a los tramos de espira AB, BE' y $F'A$, respectivamente. Por tanto,



$$\left[\sum_j \mathcal{E}_j \right]_{\partial\Sigma_2} = I_0 (R_1 + R_2 + R_6) + V_E - V_F \implies \mathcal{E}_0 = 3 I_0 \frac{R}{6} + V(t) \implies V(t < 0) = \mathcal{E}_0 - I_0 \frac{R}{2} = \frac{\mathcal{E}_0}{2}$$

Nótese que en los cables EE' y FF' no se produce ninguna caída de tensión o voltaje, ya que por ellos no circula corriente eléctrica al estar en abierto.

Si aplicamos la segunda ley de Kirchoff en la malla abierta $\partial\Sigma_1$, encontramos que aquí no habría f.e.m. de ningún tipo; sólo los cables EE' y FF' , y las resistencias R_3, R_4 y R_5 conectadas en serie, que se corresponden con los tramos conductores, $E'C, CD$ y DF' . Planteando la ecuación del circuito en esta malla se obtiene...



$$\left[\sum_j \mathcal{E}_j \right]_{\partial\Sigma_1} = I_0 (R_2 + R_4 + R_5) + V_F - V_E \implies 0 = 3 I_0 \frac{R}{6} - V(t) \implies V(t < 0) = I_0 \frac{R}{2} = \frac{\mathcal{E}_0}{2}$$

2.2 (b) Señales eléctricas en la espira tras entrar en la región magnetizada

2.2.1 Flujo magnético a través de la espira y fuerza electromotriz inducida

Para instantes $t > 0$ la espira se mueve dentro de la región magnetizada, contenida en todo momento en un plano perpendicular a la dirección del campo magnético existente, $\vec{B}_0 = -B_0 \vec{k}$, con $B_0 > 0$. Hay que tener en cuenta que la espira se desplaza en la dirección de sus lados de longitud $2a$, con celeridad constante de valor $v_0 = a/T$, por tanto, la espira $\partial\Sigma \equiv ABCD$ sólo se encontrará parcialmente sometida al campo magnético en el intervalo de tiempo $0 < t < 2T$, y para instantes $t > 2T$, toda la espira estará dentro de la región de campo uniforme.

Para calcular el flujo magnético $\Phi_m|_{\Sigma}$ a través de la espira $\partial\Sigma$ se toma cualquier superficie abierta Σ , cuyo contorno coincide con la espira; por ejemplo, el rectángulo delimitado por ésta en el plano que la contiene. Además, al hacer corresponder el valor positivo de la intensidad de la corriente eléctrica con el sentido horario de ésta, se tendrá que $d\vec{S}|_{\Sigma} = -dS \vec{k}$ será el vector elemento de superficie en la Σ a través de la cuál calcularemos el flujo magnético. Por tanto,

$$\Phi_m|_{\Sigma} = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S(t)} B_0 dS = B_0 S(t)$$

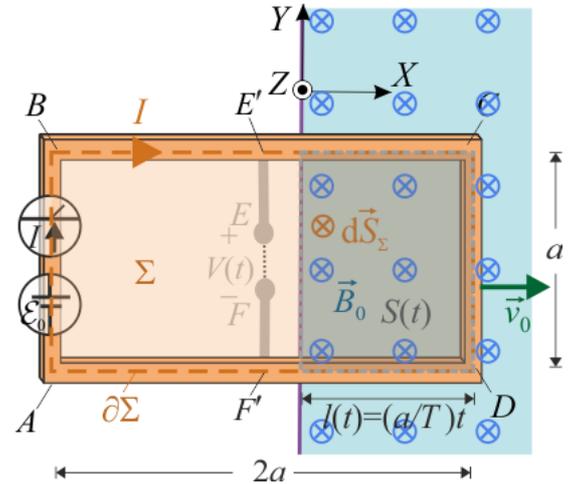
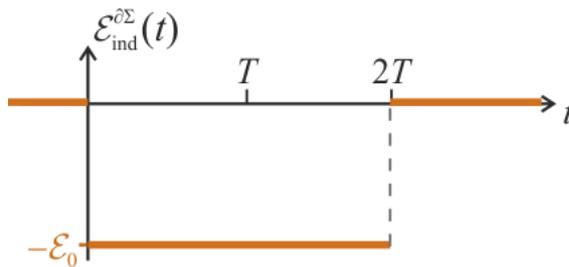
donde $S(t)$ es el área de la parte del rectángulo Σ a través de la cuál fluye el campo magnético \vec{B}_0 en el instante t . Por tanto, para instantes $t > 0$, a través de la espira Σ se verifica un flujo magnético, en general variable en el tiempo, según la ley horaria

$$\Phi_m^{\Sigma}(t > 0) = B_0 S(t) = \begin{cases} B_0 a v_0 t = B_0 a^2 \frac{t}{T}; & \text{si } 0 < t < 2T \\ B_0 2a^2, \text{ cte.}; & \text{si } 2T < t \end{cases}$$

Por tanto, en virtud de las leyes de Faraday y de Lenz, en la espira se inducirá una f.e.m. cuyo efecto tiende a oponerse a dicha variación del flujo.

En consecuencia, al realizar un modelo circuital de la espira $\partial\Sigma \equiv ABCD$ una vez que ésta entra en la región magnetizada, es necesario considerar que,

además del generador real incrustado en el lado AB , hay una fuerza electromotriz inducida cuyo valor, medido en el mismo sentido que la de dicho generador, es...



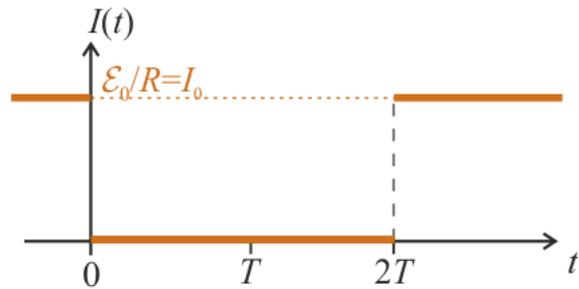
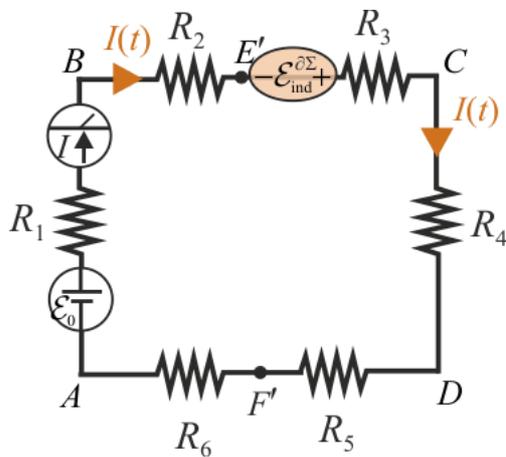
$$\mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma}(t > 0) = -\left. \frac{d\Phi_m(t)}{dt} \right|_{\Sigma} = \begin{cases} -B_0 a v_0 = -\mathcal{E}_0; & \text{si } 0 < t < 2T \\ 0; & \text{si } 2T < t \end{cases}$$

2.2.2 Intensidad de corriente eléctrica en la espira

Teniendo en cuenta de nuevo que los conductores que conforman la espira se modelan como seis resistencias eléctricas iguales conectadas en serie (entre sí y con las f.e.m. anteriormente descritas), aplicamos las leyes de Kirchoff de manera análoga al apartado anterior para obtener la ecuación del circuito (cerrado) que permite determinar la señal de intensidad de corriente eléctrica que recorre la espira $\partial\Sigma$ para instantes de tiempo $t > 0$:

$$\left[\sum_j \mathcal{E}_j \right]_{\partial\Sigma} = \sum_{i=1}^6 I_i R_i \quad \rightarrow \quad \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma}(t) = I(t) \sum_{i=1}^6 R_i = R I(t) \quad \Rightarrow$$

$$I(t > 0) = \frac{\mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma}(t)}{R} = \begin{cases} 0; & \text{si } 0 < t < 2T \\ \frac{\mathcal{E}_0}{R} = I_0; & \text{si } 2T < t \end{cases}$$



Es decir, mientras la espira se mueve parcialmente sometida al campo magnético de la región $x > 0$ (en el intervalo $0 < t < 2T$), no hay corriente eléctrica en la espira; esto es consecuencia de que los valores de los parámetros del sistema se hayan ajustado para que se cumpla la relación $\mathcal{E}_0 = B_0 a v_0$. Posteriormente, para instantes de tiempo $t > 2T$ en que toda la espira está dentro de aquella región, vuelve a circular corriente eléctrica en el circuito, siendo su intensidad la misma que para los instantes $t > 0$.

2.2.3 Voltaje en la rama abierta del centro de la espira

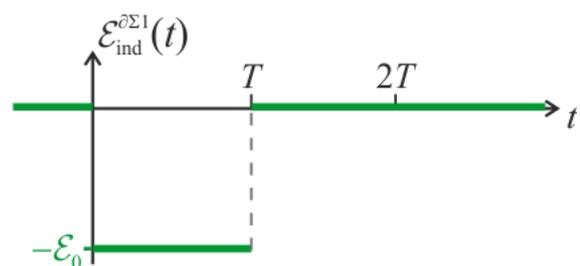
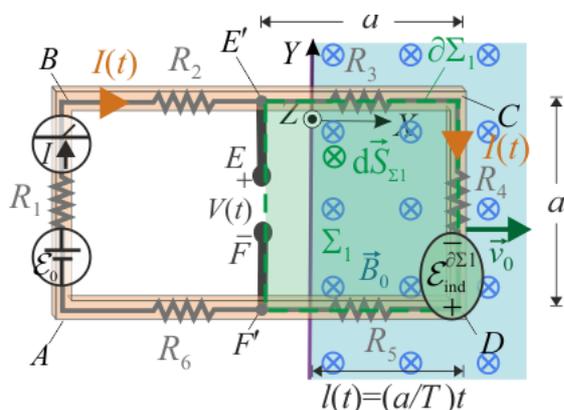
Al igual que en el apartado (a), la señal de voltaje entre los extremos abiertos E y F , puede obtenerse de la aplicación de la segunda ley de Kirchoff en cualquiera de las dos mallas abiertas, $\partial\Sigma_1 \equiv CDF'FEE'$ ó $\partial\Sigma_2 \equiv ABE'EFF'$. Obsérvese que, según acabamos de determinar, en el intervalo de tiempo $0 < t < 2T$ no circula corriente eléctrica por ninguna de las dos mallas; y para instantes $t > 2T$ vuelve a circular de nuevo por la espira (y, por tanto, por las correspondientes ramas de $\partial\Sigma_1$ y $\partial\Sigma_2$), una corriente eléctrica de intensidad I_0 .

Por otra parte, nótese que al aplicar la segunda ley de Kirchoff en una de las mallas, es necesario tener en cuenta exclusivamente las fuerzas electromotrices (de generadores o inducidas) que existan en dicha malla. Por tanto, habrá de evaluarse cómo es la variación de flujo magnético a través de las superficies Σ_1 y Σ_2 delimitadas por los contornos $\partial\Sigma_1$ y $\partial\Sigma_2$, respectivamente. En ambos casos, consideraremos que dichas superficies son sendos cuadrados de lado a contenidos en el plano OXY donde se la espira realiza el movimiento. En consecuencia, si mantenemos el criterio de intensidad de corriente positiva en el sentido horario, en cada punto de Σ_1 y Σ_2 , el vector elemento de superficie será de la forma $d\vec{S}_{\Sigma_i} = -dS \vec{k}$, (para $i = 1, 2$).

Cálculo en $\partial\Sigma_1$

Como la espira se mueve con velocidad constante de valor $v_0 = a/T$, y comienza a entrar en la región magnetizada en el instante $t = 0$, se comprueba fácilmente que el flujo magnético a través de la malla $\partial\Sigma_1 \equiv CDF'FEE'$ será variable en el tiempo durante el intervalo $0 < t < T$, dando lugar a una f.e.m. inducida; por el contrario, para instantes posteriores a T , el flujo magnético será constante en el tiempo, y no habrá f.e.m. inducida en $\partial\Sigma_1$:

$$\Phi_m^{\Sigma_1}(t) = \int_{\Sigma_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \begin{cases} B_0 a v_0 t; & \text{si } 0 < t < T \\ B_0 a^2, \text{ cte.}; & \text{si } T < t \end{cases} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_1}(t) = -\left. \frac{d\Phi_m(t)}{dt} \right]_{\Sigma_1} = \begin{cases} -B_0 a v_0 = -\mathcal{E}_0; & \text{si } 0 < t < T \\ 0; & \text{si } T < t \end{cases}$$

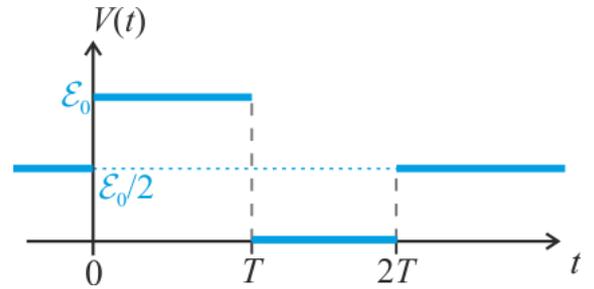


Calculemos ahora la señal $V(t) = V_E - V_F$ aplicando la segunda ley de Kirchoff en la malla considerada, donde la única f.e.m. existente sería la inducida por la variación del flujo magnético:

$$\left[\sum_j \mathcal{E}_j \right]_{\partial \Sigma_1} = I(t) (R_3 + R_4 + R_5) + V_F - V_E \rightarrow \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial \Sigma_1}(t) = \frac{R}{2} I(t) - V(t)$$

Teniendo en cuenta ahora el comportamiento particular de la [intensidad de corriente en la espira](#) (nula mientras se encuentra parcialmente sometida al campo magnético y constante una vez que penetra completamente en la región magnetizada), así como el de la f.e.m. inducida en esta malla $\mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial \Sigma_1}(t)$ que acabamos de obtener para instantes $t > 0$, se obtiene...

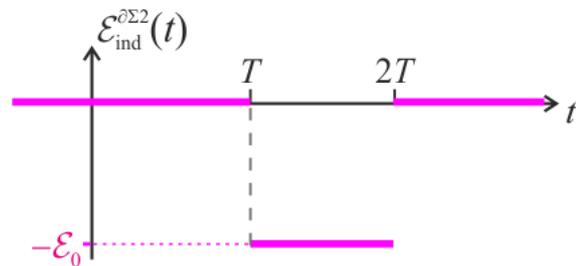
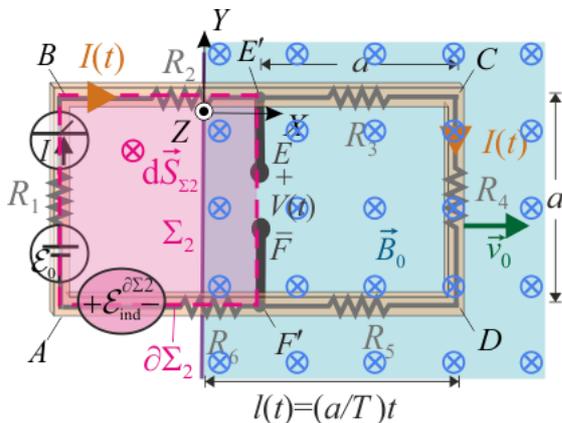
$$V(t) = \frac{R}{2} I(t) - \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial \Sigma_1}(t) = \begin{cases} -(-\mathcal{E}_0) = \mathcal{E}_0; & \text{si } 0 < t < T \\ 0; & \text{si } T < t < 2T \\ \frac{R}{2} I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{2}; & \text{si } 2T < t \end{cases}$$



Cálculo en $\partial \Sigma_2$ (alternativo)

Observéese que la malla $\partial \Sigma_2 \equiv ABE'EFF'$ comenzará a penetrar en la región magnetizada en el instante de tiempo $t = T$; como la espira se mueve con la misma velocidad $v_0 = a / T$ en todo instante y a es la longitud de los lados de esta malla, se tendrá que el flujo magnético a través de Σ_2 es nulo en instantes de tiempo $t < T$, variable en el intervalo $T < t < 2T$ y constante para $t > 2T$. En consecuencia...

$$\Phi_m^{\Sigma_2}(t) = \int_{\Sigma_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \begin{cases} 0; & \text{si } t < T \\ B_0 a (v_0 t - a); & \text{si } T < t < 2T \\ B_0 a^2, \text{ cte.}; & \text{si } 2T < t \end{cases} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial \Sigma_2}(t) = - \left. \frac{d\Phi_m(t)}{dt} \right|_{\Sigma_2} = \begin{cases} 0; & \text{si } t < T \\ -B_0 a v_0 = -\mathcal{E}_0; & \text{si } T < t < 2T \\ 0; & \text{si } 2T < t \end{cases}$$



En esta segunda malla, además de la posible f.e.m. inducida que acabamos de determinar, está presente la f.e.m. del generador ideal incrustado en el lado AB de la espira. Por tanto, la segunda ley de Kirchoff se formula en los siguientes términos:

$$\left[\sum_j \mathcal{E}_j \right]_{\partial \Sigma_2} = I(t) (R_1 + R_2 + R_6) + V_E - V_F \rightarrow \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial \Sigma_2}(t) = \frac{R}{2} I(t) + V(t)$$

Sustituyendo en esta expresión el comportamiento de la [intensidad de corriente en la espira](#), así como el de la f.e.m. inducida, $\mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial \Sigma_2}(t)$, puede comprobarse que la solución para el voltaje $V(t)$ en la malla $\partial \Sigma_2$ es idéntica a la obtenida en la otra la malla:

$$V(t) = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial \Sigma_2}(t) - \frac{R}{2} I(t) = \begin{cases} \mathcal{E}_0; & \text{si } 0 < t < T \\ \mathcal{E}_0 + (-\mathcal{E}_0) = 0; & \text{si } T < t < 2T \\ \mathcal{E}_0 - \frac{R}{2} I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{2}; & \text{si } 2T < t \end{cases}$$

Por otra parte, obsérvese que si comparamos los resultados de [flujo magnético y f.e.m. inducida en la espira completa](#) $\partial\Sigma$ que se obtuvieron en el apartado anterior, con los obtenidos en las mallas $\partial\Sigma_1$ y $\partial\Sigma_2$, comprobamos que se verifican las relaciones:

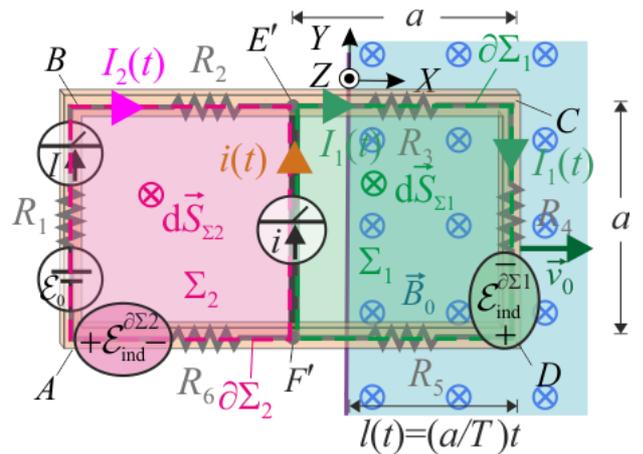
$$\Phi_m^\Sigma = \Phi_m^{\Sigma_1} + \Phi_m^{\Sigma_2} \implies \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma} = \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_1} + \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_2}$$

2.3 (c) Señales eléctricas en la espira con cable conductor en el centro

Al colocar el amperímetro entre los puntos E y F éstos quedan cortocircuitados, y puesto que se asume que el cable tiene resistencia despreciable, comparada con la de la espira, se tendrá que los puntos centrales de los lados largos BC y DA están también cortocircuitados. Esto se traduce en que el sistema ya no estará formado por una espira, sino por dos espiras (circuitos cerrados) que coinciden con las mallas $\partial\Sigma_1$ y $\partial\Sigma_2$, y que comparten el lado $E'F'$ formado por el cable conductor de resistencia nula. Por tanto, la malla $\partial\Sigma_1 \equiv E'CDF'E'$ constituye un circuito cerrado modelado por las resistencias R_3, R_4 y R_5 conectadas en serie que, como sabemos, son equivalentes a una resistencia de valor $R/2$. Además, consideraremos que las ramas de $\partial\Sigma_1$, no comunes con $\partial\Sigma_2$, son recorridas por una corriente eléctrica de intensidad I_1 , que consideraremos positiva en el sentido horario. Por su parte, la malla $\partial\Sigma_2 \equiv ABE'F'A$ se corresponde con un circuito cerrado modelado por el generador de f.e.m. \mathcal{E}_0 y las resistencias R_1, R_2 y R_6 conectadas en serie, que también son equivalentes a una resistencia de valor $R/2$. Las ramas no comunes con $\partial\Sigma_1$ son recorridas por una corriente eléctrica de intensidad I_2 , que también tomaremos en sentido horario; por tanto, se tendrá que el valor de dicha intensidad coincidirá con la señal registrada por el amperímetro incrustado en AB : $I_2 = I(t)$. La rama común a las dos espiras, $E'F'$, es recorrida por la corriente eléctrica de intensidad $i(t)$, que consideraremos positiva si recorre en el sentido *ascendente*; es decir, de F' hacia E' . Por tanto, si aplicamos la primera ley de Kirchoff en el nodo E' , se tendrá:

$$\left[\sum_j I_j \right]_{E'} = -I_1 + i(t) + I_2 = 0 \implies i(t) = I_1(t) - I_2(t)$$

Por otra parte, cuando cada uno de los dos circuitos cerrados descritos entra en la región de campo magnético, se establecen los correspondientes flujos magnéticos, $\Phi_m^{\Sigma_1}$ a través de Σ_1 , y $\Phi_m^{\Sigma_2}$ a través de Σ_2 , que mientras varíen en el tiempo, producen las fuerzas electromotrices inducidas $\mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_1}$ y $\mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_2}$ en las correspondientes espiras. Obsérvese que los flujos magnéticos y las consiguientes fuerzas electromotrices inducidas en las espiras, son exactamente las mismas magnitudes que en los apartados anteriores, en que la rama $E'F'$ permanecía abierta; es decir...



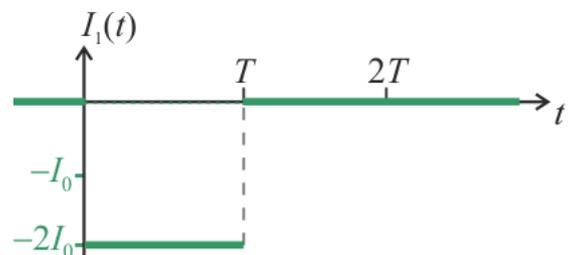
$$\Phi_m^{\Sigma_1}(t) = \int_{\Sigma_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \begin{cases} 0; & \text{si } t < 0 \\ B_0 a v_0 t; & \text{si } 0 < t < T \\ B_0 a^2, \text{ cte.}; & \text{si } T < t \end{cases} \implies \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_1}(t) = - \left. \frac{d\Phi_m(t)}{dt} \right|_{\Sigma_1} = \begin{cases} 0; & \text{si } t < 0 \\ -B_0 a v_0 = -\mathcal{E}_0; & \text{si } 0 < t < T \\ 0; & \text{si } T < t \end{cases}$$

... y...

$$\Phi_m^{\Sigma_2}(t) = \int_{\Sigma_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \begin{cases} 0; & \text{si } t < T \\ B_0 a (v_0 t - a); & \text{si } T < t < 2T \\ B_0 a^2, \text{ cte.}; & \text{si } 2T < t \end{cases} \implies \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_2}(t) = - \left. \frac{d\Phi_m(t)}{dt} \right|_{\Sigma_2} = \begin{cases} 0; & \text{si } t < T \\ -B_0 a v_0 = -\mathcal{E}_0; & \text{si } T < t < 2T \\ 0; & \text{si } 2T < t \end{cases}$$

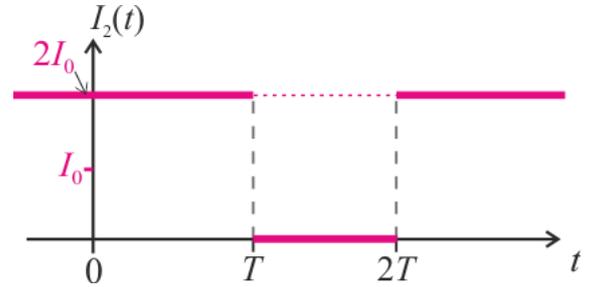
Aplicamos la segunda ley de Kirchoff en el circuito cerrado formado por la espira $\partial\Sigma_1 \equiv CDF'E'$, donde la resistencia eléctrica R_c de la rama $F'E'$ es despreciable frente al valor $R/2$ de los otros lados:

$$\left[\sum_j \mathcal{E}_j \right]_{\partial\Sigma_1} = \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_1}(t) = I_1 (R_3 + R_4 + R_5) + i(t) R_c \simeq I_1(t) \frac{R}{2} \implies$$



$$I_1(t) = \frac{2}{R} \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_1}(t) = \begin{cases} 0; & \text{si } t < 0 \\ -\frac{2}{R} \mathcal{E}_0 = -2I_0; & \text{si } 0 < t < T \\ 0; & \text{si } T < t \end{cases}$$

Si evaluamos dicha ley en el circuito cerrado $\partial\Sigma_2 \equiv ABE'F'$, se tendrá...



$$\left[\sum_j \mathcal{E}_j \right]_{\partial\Sigma_2} = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_2}(t) = I_2(R_1 + R_2 + R_6) + i(t) R_c \cong I_2(t) \frac{R}{2} \implies$$

$$I_2(t) = \frac{2}{R} [\mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{ind}}^{\partial\Sigma_2}(t)] = \begin{cases} \frac{2}{R} \mathcal{E}_0 = 2I_0; & \text{si } t < T \\ \frac{2}{R} [\mathcal{E}_0 + (-\mathcal{E}_0)] = 0; & \text{si } T < t < 2T \\ \frac{2}{R} \mathcal{E}_0 = 2I_0; & \text{si } 2T < t \end{cases}$$

Finalmente, restando estas dos intensidades obtendremos cómo es la señal de intensidad de corriente registrada por el amperímetro situado en el cable central:

$$i(t) = I_1(t) - I_2(t) = \begin{cases} -2I_0; & \text{si } t < 0 \\ -2I_0 - 2I_0 = -4I_0; & \text{si } 0 < t < T \\ 0; & \text{si } T < t < 2T \\ -2I_0; & \text{si } 2T < t \end{cases}$$

